Trouver une primitive de $\forall x \in \mathbb{R}_*^+,\ f'(x) = \frac{ln(x)-1}{x^2}$

- Première façon

$Soit\ \forall x \in \mathbb{R}_*^+,$ $\qquad f'(x) = \dfrac{ln(x)-1}{x^2} = -\dfrac{-ln(x)}{x^2} - \dfrac{1}{x^2} = -\dfrac{ln\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} - \dfrac{1}{x^2}$

$$f'(x) = u''(x)u\big(u'(x)\big) + u''(x)$$

En notant $u(x) = ln(x)$

$$\Rightarrow\ f(x) = U\big(u'(x)\big) + u'(x)$$

Avec $U(x)$ une primitive de $u(x)$ sur $\mathbb{R}_*^+$

On a par exemple : $U(x) = xln(x) - x$ pour tout réel strictement positif

Finalement : $f(x) = U\big(u'(x)\big) + u'(x) = \frac{1}{x} ln\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x} ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{ln(x)}{x}$

Conclusion : une primitive de $\frac{ln(x)-1}{x^2}$ est $-\frac{ln(x)}{x}$

- Autre façon : remarquer que $\frac{ln(x)-1}{x^2} = \frac{u'(x)v(x)-u(x)v\prime(x)}{v(x)^2}$ en posant $u(x) = x$ et $v(x) = ln(x)$